



**João Venceslau Ramos** Estudo de diferentes medidas de volatilidade para  
**de Oliveira Pinto** opções do índice AEX



**João Venceslau Ramos de Oliveira Pinto** **Estudo de diferentes medidas de volatilidade para opções do índice AEX**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Economia, realizada sob a orientação científica da Doutora Mara Teresa da Silva Madaleno, Professora Auxiliar Convidada do Departamento de Economia, Gestão e Engenharia Industrial da Universidade de Aveiro

Dedico este trabalho à minha família, nomeadamente à minha mãe, à minha irmã, às minhas avós e também à minha bisavó Adelaide e ao meu avô Albino que apesar de já não estarem entre nós estão sempre no meu pensamento.

## **o júri**

Presidente

**Professor Doutor António Miguel Amoedo Lebre de Freitas**  
Professor Auxiliar, Universidade de Aveiro

**Professor Doutor Pedro Monteiro e Silva Barroso**  
Professor Auxiliar Convidado, Universidade Nova de Lisboa

**Doutora Mara Teresa da Silva Madaleno**  
Professora Auxiliar Convidada, Universidade de Aveiro

## **agradecimentos**

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que me apoiaram ao longo deste ano e que comigo conviveram, ajudando-me assim a conseguir elaborar esta tese.

Primeiro que tudo agradecer à minha orientadora, por todo o apoio que me deu, passando-me muitos conhecimentos que foram fundamentais para esta dissertação ter sido realizada.

Depois queria agradecer a todos os meus amigos de Aveiro, nomeadamente Sara, Joana, Filipe, Marcelo, Rita, Carolina, Eduardo, Mariana, Sónia, Rodrigo e Arturo por me ajudarem a distrair um pouco do trabalho, por me acompanharem durante praticamente todo o processo e por se mostrarem interessados na minha dissertação apesar de não estarem muito dentro do tema.

Também queria dar o meu agradecimento a todas as pessoas do grupo Avacalho, que com boa disposição me ajudaram bastante a distrair de todas as complicações inerentes à elaboração da tese e assim tornaram, mais fáceis os dias de muito trabalho.

Tenho de dar também uma palavra de apreço à Margarida, que apesar de tudo, foi uma grande ajuda em determinada fase do desenvolvimento desta dissertação e por isso estou-lhe grato.

Também não me queria esquecer dos quão importantes foram todas as pessoas que comigo conviveram, neste curso de Economia. Pertencer e viver o dia-a-dia neste curso foi uma experiência muito enriquecedora para mim, quer ao nível conhecimentos, quer na minha formação como pessoa.

Finalmente agradecer do fundo do coração à minha mãe, à minha irmã e às minhas avós. Obviamente que vocês foram as pessoas mais importantes ao longo de todo este processo e por isso o meu obrigado!

**palavras-chave**

Opções, volatilidade, volatilidade histórica, volatilidade realizada futura, volatilidade implícita de Black e Scholes, volatilidade implícita livre de modelo

**resumo**

Pretende-se com este trabalho avaliar e comparar o poder de estimação da volatilidade implícita livre de modelo, da volatilidade implícita de Black e Scholes e da volatilidade histórica, na volatilidade realizada futura, para opções do índice de ações AEX. Ao longo do estudo, analisam-se métodos de cálculo das diferentes componentes da volatilidade. Os resultados parecem indicar que a volatilidade implícita livre de modelo é o estimador mais eficiente, embora não englobe na sua totalidade, a informação presente nas outras volatilidades, na estimação da volatilidade realizada futura, para maturidades de 1, 2 e 4 meses.

**keywords**

Options, volatility, historical volatility, future realized volatility, Black and Scholes implied volatility, model-free implied volatility

**abstract**

The objective of this work is to evaluate and compare the forecasting power of the model-free implied volatility, the Black and Scholes implied volatility and the historical volatility on the future realized volatility for the AEX stock index options. Throughout the study, calculation methods of the different volatility components are analyzed. The conclusion of this work is that the free-model implied volatility is the best estimator, although it does not completely subsume all information content present on the other types of volatility analyzed, on the forecasting of the future realized volatility, for 1, 2 and 4 months maturities.

# Índice

1. Introdução .....	2
2. Revisão da literatura .....	5
3. Dados .....	16
4. Metodologia.....	18
5. Resultados.....	26
6. Conclusão .....	39
Bibliografia .....	41



# 1. Introdução

Este estudo pretende analisar o poder de previsão e conteúdo informativo, de diferentes medidas de volatilidade, na estimação da volatilidade realizada futura. As variáveis que irão ser utilizadas neste estudo são a volatilidade histórica, a volatilidade implícita de Black e Scholes e a volatilidade implícita livre de modelo.

A volatilidade, embora muitas vezes interpretada como tal, difere do risco em termos conceptuais. Ao ser interpretada enquanto medida de incerteza acaba por ser um *input* valioso na tomada de decisões e na constituição de carteiras de investimento. Os investidores e os gestores de carteiras de ativos têm “metas” de risco bem definidas. Logo, conseguir prever com a maior precisão possível a volatilidade dos preços dos ativos durante o período em que se detém determinado investimento é um bom ponto de partida para tentar perceber o risco do investimento realizado.

A volatilidade é a variável mais importante na definição dos preços dos derivados, cujo volume de transação quadruplicou recentemente (Poon e Granger, 2003). E na prática para se conseguir determinar o preço de uma opção precisamos de conhecer a volatilidade do subjacente desde o momento presente até à data de expiração da opção.

A volatilidade pode ter repercussões na economia como um todo pois afeta a incerteza no mercado e por consequência a confiança dos consumidores (Poon e Granger, 2003). É por isso que os decisores políticos, regularmente tomam as suas decisões com base em estimativas da volatilidade, como forma de medir a vulnerabilidade dos mercados financeiros e da economia.

Godek (2009) distingue os diferentes conceitos de volatilidade e avalia os usos que podem ser feitos com cada uma delas. Este autor refere que a volatilidade é uma medida da incerteza acerca de alterações futuras, no preço de um ativo ou na sua taxa de retorno, calculada como um desvio padrão. Porém não consegue medir a volatilidade, pois esta não é observável, na altura da avaliação de uma opção.

A volatilidade histórica é calculada a partir de *time series* de preços de mercado passados. No entanto, como a volatilidade não é estável à medida que o tempo passa, a volatilidade histórica não será um bom estimador da volatilidade futura.

A volatilidade implícita é calculada a partir de dados que podem ser observados, naquele dado momento, no mercado. É obtida a partir de um modelo de avaliação de

opções. Na maioria da literatura estudada, o modelo mais usado é o de Black e Scholes, mas outros modelos também podem ser usados para determinar esta volatilidade. No presente estudo também se usou o modelo de Black e Scholes para determinar esta volatilidade, porém tem que se ter em conta que a falha de alguns dos pressupostos presentes no modelo pode fazer com que não se consiga determinar corretamente a volatilidade futura.

A volatilidade implícita livre de modelo é calculada a partir de uma fórmula inspirada na teoria económica, sem se basear em nenhum modelo específico. A generalidade dos estudos que trabalham com a volatilidade implícita livre de modelo concluem que esta é mais eficiente na estimação da volatilidade futura, do que as outras volatilidades.

Este estudo incide sobre opções do índice de ações AEX para o período compreendido entre 16/05/2008 e 31/07/2012. Este é o índice mais importante da bolsa de valores de Amsterdão sendo composto pelas 25 empresas principais, cotadas neste mercado. As opções do índice AEX são opções europeias, ou seja, só podem ser exercidas na data da sua maturidade.

A prioridade deste trabalho será dada às opções cuja maturidade é de 1 mês, no entanto usam-se também dados para opções com 2 e 4 meses de maturidade, para estudar a influência que a sobreposição das amostras pode ter nos estimadores da volatilidade. Uma regressão de estimadores de mínimos quadrados, será criada, de maneira a que se possa saber qual é o estimador dos três utilizados, aquele que possui mais informação sobre a volatilidade realizada futura.

Para se conseguir aplicar esta regressão é necessário calcular as séries de volatilidade histórica, implícita de Black e Scholes e implícita livre de modelo, bem como da volatilidade realizada futura já que estes dados não são observados no mercado e podem depender, entre outros, do valor do ativo subjacente, do preço de exercício, da taxa de juro sem risco, do tempo até à maturidade, etc...

Para além da análise separada para maturidades diferentes, também se decidiu estudar em separado os dados observados para opções *call*<sup>1</sup> e opções *put*.<sup>2</sup> Pretende-se com isto saber se existem estimadores que são melhores para prever volatilidades futuras de opções

---

<sup>1</sup> Opções de compra

<sup>2</sup> Opções de venda

de compra do que das de venda e vice-versa, ou se têm conteúdos informativos semelhantes para a volatilidade dos dois tipos de opção.

O resto do artigo vai-se desenrolar da seguinte forma: Na secção 2 procede-se a uma revisão de literatura tentando-se sintetizar aquilo que já foi feito sobre este tema onde se tenta explicar alguns conceitos que são importantes no estudo de volatilidades de opções. A secção 3 evidencia quais os dados utilizados e de onde foram retirados. a secção 4 é dedicada à metodologia. Aqui descreve-se a metodologia utilizada, com base em alguns estudos já feitos, mas adaptado ao caso presentemente estudado e com algumas considerações próprias. Na secção 5 apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos das regressões efetuadas e tenta-se explicar o efeito de cada estimador na volatilidade realizada futura. Finalmente, a secção 6 conclui este trabalho onde se resumem as principais conclusões com base nos resultados obtidos.

## 2. Revisão da literatura

Black e Scholes (1973) elaboraram uma fórmula para a valorização de opções, que tem sido aceite como um modelo fiável. Com esta fórmula consegue-se obter o preço de uma opção *call* europeia, em função do preço do ativo subjacente na altura da elaboração do contrato, do preço de exercício, da taxa de juro sem risco, do tempo até à maturidade e da volatilidade implícita do ativo subjacente. Todas as variáveis do modelo de Black e Scholes são observáveis, com a exceção da volatilidade implícita, que pode ser retirada, através de uma inversão do modelo<sup>3</sup>.

É na fórmula de Black e Scholes, onde primeiro aparece o conceito de volatilidade implícita. Este modelo foi criado tendo em conta vários pressupostos, entre os quais o de que a opção tem que ser uma opção de compra do tipo europeu, ou seja, que só pode ser exercida na data do seu vencimento, a ação não gera dividendos ou qualquer outro tipo de rendimento e não existem custos de transação na compra ou venda da opção, por exemplo.

Merton (1973) ajusta o modelo de Black e Scholes para uma política de dividendos, específica. Ao relacionar retornos e volatilidade<sup>4</sup>, Merton sugere uma relação positiva entre retornos e volatilidades esperados<sup>5</sup>. Com base nestas conclusões, é dos primeiros autores a referir, que a volatilidade implícita no preço de uma opção pode ser interpretada como uma volatilidade média do ativo subjacente, que é esperada ocorrer, ao longo da maturidade da opção.

Black e Scholes (1972), usam o seu modelo para explicar preços observados de opções e descobrem que avaliações observadas de opções eram melhor explicadas pela volatilidade atual, ao longo da vida do contrato, do que pela volatilidade histórica. No entanto, observam que o modelo tende a sobrestimar o valor de uma opção, num título de elevada variância.

---

<sup>3</sup> Na secção 4 (Metodologia), deste trabalho, é feita uma análise mais profunda sobre o modelo de Black e Scholes, e apresenta-se uma forma adequada de se extrair a volatilidade implícita, através deste modelo.

<sup>4</sup> Merton (1973) não considerou as oportunidades de investimento constantes.

<sup>5</sup> Bali e Peng (2006) mostram que a volatilidade implícita pode ser usada em vez da volatilidade esperada, nesta relação.

Galai (1977), encontra alguma evidência de oportunidades de lucro mesmo depois de permitir custos de transação. No entanto este estudo apresenta uma fraqueza no facto de estar associado com o uso de estimadores históricos dos desvios padrão.

Philippatos, Gressis e Baird (1994) obtêm a volatilidade implícita, pelas variáveis do modelo de Black e Scholes, conseguindo estimadores relativamente centrados, da volatilidade futura.

O primeiro índice de volatilidade a ser publicado foi o *Chicago Board Options Exchange Volatility Index* (VIX).

Fleming, Ostidiek e Whaley (1995), Copeland e Copeland (1999) e Giot (2005) focam-se no poder de previsão do VIX de retornos futuros, para índices de mercados de ações amplos. O VIX é descrito como “medidor de medo dos investidores” por Whaley (2000), isto porque descobriu que o VIX tem melhor performance quando captura o medo de uma recessão de mercado, relativamente a quando acontece uma excitação, devido a uma recuperação de mercado<sup>6</sup>. Fleming, Ostidiek e Wahley (1995) descobrem que o VIX tem poder de previsão para a volatilidade realizada futura do S&P100.

Copeland e Copeland (1999) descobrem que quando o VIX é elevado, grandes empresas e índices de ações de empresas, dão-se bem. Atribuem este efeito à procura dos investidores por carteiras de investimento seguras depois do aumento da volatilidade implícita.

Já Giot (2005) descobre que quando o VIX é muito alto, retornos futuros são sempre positivos e quando o VIX é baixo, retornos futuros são sempre negativos. Para Blair, Poon e Taylor (2001) o VIX é uma boa medida de volatilidade implícita do mercado, pois é calculado de uma maneira que elimina os efeitos de *smile* e erros de medição devido às diferenças entre a oferta e a procura.

Ao usar-se o modelo de Black e Scholes para se obter as volatilidades implícitas, teoricamente seria de esperar que, para opções com o mesmo tempo até à maturidade, as volatilidades implícitas fossem sempre as mesmas independentemente do seu preço de exercício. No entanto é verificado que na realidade, a volatilidade implícita varia consoante o preço de exercício. Este padrão da volatilidade implícita é denominado de *skew* da

---

<sup>6</sup> Whaley (2000) defende que para se determinar uma volatilidade implícita, são necessárias três coisas: Um modelo de valorização de opções, valores dos parâmetros do modelo e um preço da opção observado.

volatilidade. Se a volatilidade implícita for maior para opções *in-the-money*<sup>7</sup> e *out-of-the-money*,<sup>8</sup> do que para opções *at-the-money*,<sup>9</sup> formando assim uma curva em forma de U (ou sorriso) no gráfico da volatilidade implícita em função dos preços de exercício, é porque estamos na presença de em efeito de *smile* na volatilidade.

Camara (2010) dá como causas possíveis para o efeito de *smile*, o facto de a volatilidade ser estocástica e não constante, a evolução do ativo subjacente apresentar saltos, o comportamento dos *traders*, os custos de transação e o efeito dos dividendos na avaliação de opções americanas. Este padrão *smile* era o efeito que era observado para opções do índice S&P500 antes do *crash* de 1987. Depois deste *crash*, observou-se que a volatilidade implícita descia com o aumento do preço de exercício. A este novo efeito deu-se o nome de *smirk* da volatilidade, mas na sua generalidade, o padrão da volatilidade implícita, continuou a ser designado de *smile* da volatilidade, independentemente da sua forma (Camara, 2010).

MacBeth e Merville (1979), Rubinstein (1985), Sheikh (1991) e Dumas, Fleming e Whaley (1998) verificaram a existência deste efeito *smile* na volatilidade. Bates (1991) e Rubinstein (1994) descobriram que a volatilidade de ações e de índices de ações exibiam um padrão *smirk*, com volatilidades implícitas a decrescerem à medida que o preço de exercício aumentava.

Para além de variar com a alteração no preço de exercício, a volatilidade implícita também exhibe um padrão que depende do tempo até à maturidade. Este outro efeito na volatilidade implícita é designado de *Term Structure of Volatility* (TSOV).

Stein (1989) verifica o padrão na maturidade da volatilidade implícita e conclui que as opções de longo-prazo reagem bastante a mudanças na volatilidade implícita de opções de curto-prazo. Muitos autores juntam os dois efeitos num gráfico 3-D em que a volatilidade

---

<sup>7</sup> Quando o preço do ativo subjacente é superior ao preço de exercício, numa opção *call*, esta está *in-the-money*. Uma opção *put* está *in-the-money* se o preço do seu ativo subjacente for inferior ao preço de exercício. Assim, quando o detentor da opção estiver *in-the-money*, o seu *payoff* é positivo, pelo que deverá exercer a sua opção.

<sup>8</sup> A opção está *out-of-the-money* quando o preço do ativo subjacente é inferior ao preço de exercício, numa opção *call* ou quando o preço do ativo subjacente é superior ao preço de exercício no caso de uma opção *put*. Quando a opção estiver *out-of-the-money* o seu *payoff* é negativo, pelo que não se deverá exercer a opção.

<sup>9</sup> Uma opção é então considerada *at-the-money*, quando o seu preço de exercício é igual ao preço do ativo subjacente. Se a opção se encontrar *at-the-money* o seu *payoff* é nulo.

implícita depende quer do preço de exercício, quer do tempo até à maturidade. Obtém-se assim a superfície de volatilidade implícita.

Para Black e Scholes (1972), as ações deveriam ter uma variância constante e estacionária. No entanto nos seus estudos provaram que as ações têm uma volatilidade estocástica. Neste contexto, Derman e Kani (1997) desenvolvem um modelo de determinação de preços com volatilidade estocástica que engloba preços de opções atuais, exatos.

Derman e Kani (1994), Dupire (1994) e Rubinstein (1994) consideram processos com volatilidade determinística consistentes com os preços correntes das opções. Derman e Kani (1994) e Dupire (1994) identificam um processo único de preço<sup>10</sup>, ao exigir a este processo que fosse consistente com preços de opções iniciais e que tivesse volatilidade determinística.

Todavia, Dumas, Fleming e Whaley (1998), por sua vez, descobrem que a performance fora da amostra de modelos de volatilidade determinística é pobre. Na mesma medida Buraschi e Jackwerth (2000) apresentam evidência empírica de que a volatilidade não é determinística.

Têm sido feitos muitos estudos para avaliar o poder de previsão da volatilidade implícita de Black e Scholes, na volatilidade futura. Apesar de dizerem que a volatilidade implícita é um estimador enviesado da volatilidade realizada futura, devido à aversão ao risco da volatilidade, Doran e Ronn (2005), consideram que a volatilidade implícita é um estimador eficiente da volatilidade futura. O poder de previsão da volatilidade implícita foi também avaliado por Latané e Rendleman (1976), que descobriram que, as avaliações observadas de opções eram melhor explicadas pela volatilidade atual, ao longo da vida do contrato, do que pela volatilidade histórica.

Chiras e Manaster (1978) e Schmalensee e Trippi (1978) também avaliaram o poder de previsão da volatilidade implícita, ao focarem-se em erros nos preços, que surgem devido ao seu uso como uma medida de retorno de volatilidade do ativo subjacente. Nos primeiros 9 meses do estudo de Chiras e Manaster (1978), quer a volatilidade implícita, quer a volatilidade histórica foram pobres indicadores da volatilidade futura. Porém, nos últimos 14 meses do estudo, a volatilidade implícita previu muito melhor a volatilidade futura, do que a volatilidade histórica.

Ajinkya e Gift (1985) usam previsões dos ganhos de analistas como uma variável adicional e descobrem que a volatilidade implícita reflete, de facto, a previsão dos ganhos dos analistas. Conclui que a volatilidade implícita é um estimador eficiente (mas enviesado) da volatilidade realizada futura. A esta mesma conclusão, também chegou Fleming (1998).

Christensen e Prabhala (1998), Blair, Poon e Taylor (2001), Christensen, Hansen e Prabhala (2002), Ederington e Guan (2002) e Pong, Shackleton, Taylor e Xu (2004) consideram séries temporais mais longas, para ter em atenção uma possível mudança de regime à volta do *crash* de outubro de 1987. Usam variáveis instrumentais para corrigir o problema dos erros das variáveis na volatilidade implícita e adotam retornos de ativos de elevada frequência para proporcionar um estimador mais preciso para a volatilidade realizada<sup>11</sup>. Para além disso usam amostras não sobrepostas para evitar o problema de “sobreposição telescópica” e concluem que existem evidências de que a volatilidade implícita é um estimador mais eficiente da volatilidade futura, do que a volatilidade histórica.

Grande parte dos estudos iniciais sobre a volatilidade implícita, não teve em conta o problema da “sobreposição telescópica”, descrita entre outros, por Christensen, Hansen e Prabhala (2002). O elevado grau de sobreposição usado nestes estudos pode ter consequências graves em termos de resultados, pois os coeficientes da regressão podem não convergir para nenhum número, mesmo no limite e as estatísticas t divergem. Esta sobreposição surge quando se estudam dados diários de uma opção até à sua maturidade. Christensen, Hansen e Prabhala (2002) dão o exemplo de uma opção com tempo até à maturidade de 30 dias. Caso se faça uma análise à volatilidade em cada um destes dias até à data de expiração da opção, consegue-se perceber a sobreposição presente. Uma opção com 29 dias até à maturidade inclui bastante informação da opção com 30 dias. Uma opção com 28 vai conter muita informação da opção com 29 dias até à maturidade e por aí em diante até a opção expirar.

---

<sup>10</sup> Derman e Kani (1994) atribuem probabilidades únicas a “caminhos” de preços.

<sup>11</sup> Sheikh (1989) afirma que a volatilidade implícita é interpretada como um estimador eficiente da volatilidade num conjunto grande de configurações.



Os autores decidiram chamar a este fenómeno de “sobreposição telescópica”<sup>12</sup> pois o grau de sobreposição vai diminuindo à medida que nos aproximamos da data de maturidade. Para se evitar este problema só se deve usar uma opção por maturidade<sup>13</sup>. Com este método perde-se eficiência estatística, devido ao facto de se usarem menos observações, mas evitam-se problemas econométricos graves, pois os coeficientes deixariam de ser consistentes. Também, Richardson e Smith (1991) defendem que amostras sobrepostas podem levar a que o teste de mínimos quadrados seja inválido estatisticamente.

Na literatura também se encontram autores a argumentar que uso de dados de elevada frequência permite um melhor estudo sobre a volatilidade implícita. Andersen e Bollerslev (1998), Andersen, Bollerslev, Diebold e Labys (2001), Andersen, Bollerslev, Diebold e Labys (2003) e Barndorff-Nielsen e Shephard (2003) descobrem que há uma vantagem considerável no uso de dados de elevada frequência em relação a dados diários na estimação da volatilidade realizada<sup>14</sup>. Estes dados de elevada frequência são obtidos com base nas transações de opções, observadas ao minuto. No entanto, neste trabalho os dados utilizados são diários, já que não é fácil arranjar dados de elevada frequência para as opções do índice de ações AEX. Assim espera-se menos consistência nos resultados, em relação àquela que seria obtida com dados de elevada frequência, mas que continuam viáveis e possíveis de comparação com resultados obtidos por outros autores (por exemplo, Martens e Zein, 2004).

No entanto o estudo sobre o impacto da volatilidade implícita de Black e Scholes na estimação da volatilidade futura, não é consensual havendo alguns estudos que não reconhecem o seu poder de previsão. Canina e Figlewski (1993) usam volatilidades implícitas de Black e Scholes, de opções *at-the-money* do índice S&P 100 que comparam com futuros retornos de volatilidade. Descobrem que a volatilidade implícita é um estimador pobre para a volatilidade realizada subsequente do ativo subjacente. Concluem

---

<sup>12</sup> Este termo foi diretamente traduzido do inglês a partir de “*telescoping overlap*”, que é o nome original que os autores dão ao problema.

<sup>13</sup> O problema da “sobreposição telescópica” será abordado com mais profundidade na secção da metodologia, onde ir-se-á procurar quais os dias mais apropriados para se recolher os dados de cada opção por maturidade.

<sup>14</sup> Andersen e Bollerslev (1998) mostram que, o típico método de retornos quadrados para calcular a volatilidade realizada, produzem estimadores imprecisos se forem usados dados diários.

que a volatilidade implícita não tem correlação com a volatilidade futura e por isso não incorpora a informação da volatilidade histórica.

De maneira similar, Lamoureux e Lastrapes (1993) descobrem que a volatilidade implícita é um estimador ineficiente da volatilidade realizada futura, pois há informação na volatilidade passada, para além daquela contida na volatilidade implícita, que é útil na previsão. Aït-Sahalia e Lo (1998) mostram que o modelo de Black e Scholes falha na valorização de preços do índice de opções S&P100, pois não tem em conta a *skewness* e a *kurtosis*, que são evidentes nos estimadores não paramétricos da densidade dos retornos e ainda mais aparentes para opções com maturidades mais longas.

Outros autores como Bliss e Panigirtzoglou (1994), Melick e Thomas (1997), Campa, Chang e Reider (1998), Galati e Melick (1999), Gemmill e Saflekos (1999), Söderlind (2000), Shiratsuka (2001) e Campa, Chang e Refalo (2002) usam funções de densidade de probabilidade nos seus estudos. Bliss e Panigirtzoglou (1994) afirmam que funções de densidade de probabilidade neutras ao risco, não conseguem prever convenientemente a distribuição de valores futuros do ativo subjacente.

Martens e Zein (2004) descobrem que estimadores de volatilidade baseados em dados históricos, podem competir, e até superar, os estimadores de volatilidade implícita, quando dados de elevada frequência são usados na estimação. No entanto isto só é verificado quando o estimador da volatilidade histórica é medido usando um modelo de memória longa. Quando são usados dados diários, estimadores de volatilidade implícita ainda parecem ser mais eficientes.

Coval e Shumway (2001), Bakshi e Kapadia (2003), Low e Zhang (2005), Carr e Wu (2009) e Christoffersen, Heston e Jacobs (2010) examinam o prémio de risco entre a volatilidade implícita e a volatilidade realizada. Para Bakshi e Kapadia (2003) a volatilidade implícita é, normalmente, maior que a volatilidade realizada devido ao prémio de risco da volatilidade, que compensa os investidores, para possíveis mudanças na volatilidade e saltos nos preços. Carr e Wu (2009) definem o prémio de risco como a diferença entre a volatilidade realizada e implícita. Bakshi e Madan (2006) mostram que o prémio de risco da volatilidade pode ser expresso como uma função não linear do coeficiente da aversão ao risco relativa, de um agente representativo enquanto Bollerslev, Tauchen e Zhou (2009) descobrem que o prémio de risco da volatilidade pode explicar uma grande parte da variação temporal do retorno das ações.

Poterba e Summers (1986) e Diz e Finucane (1993) descobrem que a volatilidade implícita tem uma componente de reversão à média<sup>15</sup>. Poteshman (2001) descobre evidências de pouca reação a mudanças na variância contemporânea instantânea e muita reação a variâncias crescentes ou decrescentes em relação aos dias anteriores. Banerjee (2008) examina o poder de previsão da volatilidade implícita para retornos futuros e conclui que esta, de facto, tem uma componente explicativa, devido à reversão à média.

Mas nem só as opções sobre índices têm merecido atenção na literatura. Para opções de câmbios, Jorion (1995) e Poon e Granger (2003) defendem que prémios *forward* sobrestimam a futura taxa de depreciação (apreciação) de moedas com altas (baixas) taxas de juro e a volatilidade implícita *spot* sobrestima a volatilidade realizada futura. Foram Campa e Chang (1995) os primeiros a testar a hipótese da volatilidade implícita *forward* ser um estimador eficiente da volatilidade realizada, numa data futura. Não conseguem rejeitar a hipótese das expectativas e concluem que o *spread* entre as taxas de volatilidade *forward* e realizada é um bom estimador em relação à direção das taxas da volatilidade realizada futura.

Byoun, Kwok e Park (2003) não encontram evidências para a hipótese das expectativas de que a volatilidade implícita *forward* seja um estimador centrado da volatilidade futura. Mixon (2007) obtém resultados semelhantes a Byoun, Kwok e Park (2003) em opções de variados índices de ações. Conclui que embora a volatilidade implícita *forward* possa prever a volatilidade futura, não é, na medida prevista pela hipótese das expectativas, um estimador centrado devido aos estimadores de volatilidade implícita serem enviesados. Para Patell e Wolfson (1981) a volatilidade implícita cai, após um anúncio de proveitos. Também Della Corte, Sarno e Tsiakas (2011) consideram que a volatilidade implícita *forward* é um estimador enviesado e sobrestima movimentos em futuras volatilidades implícitas *spot*.

Britten-Jones e Neuberger (2000) introduziram uma nova classe de métodos de previsão da volatilidade implícita, designado como o método livre de modelo, que não especifica o processo do preço subjacente e não precisa de um modelo. Obtiveram esta volatilidade implícita livre de modelo, através do pressuposto da difusão e em vez de

---

<sup>15</sup>Para Poterba e Summers (1986) a volatilidade implícita é interpretada como um estimador eficiente da volatilidade, num conjunto grande de configurações.

utilizarem um modelo de determinação de preços de opções, para calcularem a volatilidade implícita, usam condições de não arbitragem<sup>16</sup>.

Posteriormente, Jiang e Tian (2005) e Bakanova (2010) descobrem que a volatilidade implícita livre de modelo, embora enviesada, é capaz de prever a volatilidade futura. Jiang e Tian (2005) mostram ainda que a volatilidade implícita livre de modelo também é válida para processos de preços com saltos<sup>17</sup>. Encontram para além disso fortes evidências de que a volatilidade implícita livre de modelo engloba toda a informação contida, quer na volatilidade implícita de Black e Scholes, quer na volatilidade histórica e é um estimador mais eficiente da volatilidade futura. Jiang e Tian (2007) provam ainda que o preço de exercício, de uma troca de volatilidade, é exatamente igual ao da variância implícita livre de modelo, de Britten-Jones e Neuberger (2000).

Bakanova (2010) faz a análise do conteúdo informativo da volatilidade implícita de futuros de petróleo bruto e é a primeira a utilizar um método livre de modelo para determinar a volatilidade implícita. Descobre então que a volatilidade implícita é ligeiramente enviesada, mas eficiente na previsão de volatilidades futuras<sup>18</sup>. Já Berlova (2011) faz um estudo sobre opções de gás natural e petróleo bruto e chega à conclusão que a volatilidade implícita livre de modelo, fornece melhores estimadores da volatilidade futura do que a volatilidade implícita do modelo de Black e Scholes.

Le (2008) faz um dos mais detalhados estudos da volatilidade implícita do petróleo bruto e do gás natural. Testa a eficiência de previsão, usando estimadores de volatilidade implícita e investiga a sua estrutura e as suas características. Usa um conjunto de opções com diferentes maturidades e preços de exercício e isto permite-lhe estudar o comportamento da volatilidade implícita. À parte de confirmar que a volatilidade implícita proporciona estimadores eficientes para a volatilidade futura, também descobre que estes estimadores são centrados. Mostra que a *term structure of volatility* (TSOV) no mercado de petróleo bruto e gás natural tem um declive negativo<sup>19</sup>. A volatilidade implícita varia por

---

<sup>16</sup> Britten-Jones e Neuberger (2000) mostraram que o retorno da variância integrada, neutra ao risco, entre a data atual e uma data futura, é completamente especificado pelo conjunto de preços de opções até essa maturidade.

<sup>17</sup> Jiang e Tian (2005) são os primeiros a desenvolver uma maneira simples e prática para calcular a volatilidade implícita livre de modelo, através de preços de opções disponíveis, bem como a lidar com problemas de truncagem e erros de discretização.

<sup>18</sup> A volatilidade implícita fornece melhores previsões durante períodos de maior volatilidade

<sup>19</sup> Opções com maturidades mais curtas têm maior volatilidade e opções com maturidades mais longas têm menores volatilidades.

preço de exercício, suportando a existência do efeito *smile*. As volatilidades implícitas são baixas para opções *at-the-money* e altas para opções *out-of-the-money* e *in-the-money*, o que é similar para opções de moeda e diferente para opções de ações, que exibem um *volatility skew* negativo. Le (2008) consegue verificar então, que as volatilidades implícitas das opções de petróleo bruto e gás natural exibem também um padrão “dia da semana” com um decréscimo substancial às segundas-feiras, bem como um padrão “altura do ano”. Para o gás natural, conclui que as volatilidades implícitas são maiores para opções que expiram durante os meses de inverno e para o petróleo bruto as volatilidades implícitas são menores para opções que expiram durante os meses de verão.

Szakmary, et al. (2003) e Martens e Zein (2004) também se basearam nos mercados energéticos, principalmente na volatilidade de futuros em petróleo bruto e gás natural. Szakmary, et al. (2003) usam um conjunto de dados, de opções de futuros, em 35 ativos diferentes de 8 câmbios diferentes. Os estimadores da volatilidade implícita superam os da volatilidade histórica para qualquer uma das *commodities*, embora existam estimadores enviesados na volatilidade implícita. Identificam vantagens em usar dados de futuros em vez de ações, dependendo que, ao contrário das ações e das opções de ações, os futuros e as suas opções são comercializados no mesmo câmbio. Isto significa que os seus preços são observados simultaneamente e assim os erros de medição são minimizados. Os mercados de futuros têm custos de transação substancialmente mais baixos que os mercados de ações, aumentando assim a viabilidade da arbitragem. Assim, é esperado que estimadores de volatilidade, obtidos a partir de preços de futuros, proporcionem informação mais fiável do que estimadores obtidos a partir de opções de ações.

Deryabin (2011) compara duas metodologias no cálculo da volatilidade implícita. A primeira é adequar um modelo de difusão de reversão à média exponencial de saltos aos dados e uma curva *forward*. A segunda é usar uma parametrização da superfície que assegura condições de não arbitragem. Para Deryabin deve-se escolher a primeira metodologia, caso a dinâmica de reconstrução de *spot*/futuros, for essencial e o tempo de computação for longo. Opta-se pela segunda metodologia se apenas estivermos interessados na volatilidade implícita e o tempo de computação for essencial<sup>20</sup>.

---

<sup>20</sup> A segunda metodologia de Deryabin (2011) é perfeita para calcular opções deep-in-the-money ou out-of-the-money.

Apesar de todas as conclusões previamente retiradas na literatura, ainda são escassos que estudam a eficácia da volatilidade implícita livre de modelo enquanto estimador da volatilidade futura e os que existem foram aplicados essencialmente ao mercado dos Estados Unidos. Por isso, pretende-se aqui analisar qual dos 3 tipos de volatilidade (histórica, implícita de Black e Scholes e implícita livre de modelo) são mais eficazes na estimação da volatilidade futura para um mercado diferente, ou seja, para opções sobre o índice AEX. Tentamos assim verificar se usando opções sobre índices conseguimos obter a mesma eficácia em termos de estimadores à semelhança dos resultados obtidos, essencialmente por autores que utilizam opções sobre futuros.

### 3. Dados

Para se conseguir estudar as diferentes volatilidades e a sua capacidade de estimação da volatilidade futura, foi necessário recolher vários dados, observados nas transações dos mercados de opções.

Pretendeu-se desde início estudar opções do *NYSE Liffe* da *Euronext*,<sup>21</sup> para cinco mercados de derivados europeus, tanto para opções como para futuros. A maioria dos estudos nesta matéria trabalha com opções que são transacionadas nos mercados dos Estados Unidos, havendo muito poucos estudos sobre volatilidade implícita baseada em dados de opções de mercados que pertençam à *Euronext*. Para além disto decidiu-se fazer este trabalho com base em opções de índices de ações, por ser um dos tipos de opções mais utilizados na literatura, permitindo assim uma boa comparação em relação a outros mercados e estudos já realizados.

Depois de ter sido feita uma prévia análise aos dados recolhidos, decidiu-se utilizar dados para opções do índice de ações AEX, do mercado de derivados de Amesterdão. Escolheu-se esta opção, primeiramente por ser do tipo europeu, o que permite um estudo mais fidedigno relativamente a opções americanas,<sup>22</sup> já que esta só pode ser exercida na data da sua maturidade. Para além disso, e em comparação com outras opções sobre índices, dos mercados de Bruxelas ou Paris, esta foi considerada preferível, pois tinha um período de amostragem mais alargado e apresentava um volume de negócios aparentemente superior.

Obtiveram-se assim amostras diárias das transações de opções do índice de ações AEX ocorridas para um período compreendido entre 16/05/2008 e 31/07/2012<sup>23</sup>.

Conseguiram-se assim obter séries de dados para cada opção, tendo em conta a data atual do negócio, a data de maturidade, os preços de exercícios a que correspondem os preços das opções *call* ou *put* e o seu volume de negócios. O preço da opção utilizado nos cálculos é a média entre o preço máximo e o preço mínimo. Isto é consistente com as conclusões de Bakshi, Cao e Chen (2000), que dizem que deve-se usar quotas *bid-ask*

---

<sup>21</sup> <https://globalderivatives.nyx.com/nyse-liffe/daily-statistics>

<sup>22</sup> Existem fórmulas fechadas que permitem o apreçamento de opções europeias (Black e Scholes, 1973; Merton, 1973)

<sup>23</sup> Dias de fins-de-Semana e feriados não são considerados, pois nesses dias os mercados estão fechados.

médias, em vez de preços de transação atuais, para evitar o ressaltado *bid-ask*. São transacionadas neste mercado, opções cuja maturidade pode variar entre 1 dia e 4 anos, no entanto para este estudo, decidiu-se apenas utilizar opções com maturidades de 1, 2 e 4 meses (todas recolhidas diretamente do site da *Euronext*)

O preço do ativo subjacente utilizado no estudo é o preço do índice de ações AEX, tendo-se retirado por isso, uma série destes dados, correspondente ao período da amostra.<sup>24</sup> Para a taxa de juro sem risco, utilizou-se a EURIBOR a 1, 2 e 4 meses, dependendo da maturidade da opção, cujas séries foram retiradas do *site* do Banco de Portugal.<sup>25</sup>

---

<sup>24</sup> <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EAEX+Historical+Prices>

<sup>25</sup> <http://www.bportugal.pt/pt-PT/PoliticaMonetaria/TaxasdeJuro/Paginas/TaxasdejuroEURIBOR.aspx>



## 4. Metodologia

Nesta secção, os métodos realizados para os cálculos das volatilidades realizada futura, histórica, implícita de Black e Scholes e livre de modelo, são descritas, bem como a forma como se conseguiram obter alguns dados intermédios e algumas considerações que precisaram de ser feitas. Discutem-se também os testes econométricos necessários, para conseguir retirar conclusões da amostra, acerca da eficiência dos estimadores utilizados para determinar a volatilidade realizada futura.

A primeira volatilidade a ser calculada, foi a volatilidade realizada futura. É a volatilidade realizada ao longo do tempo de vida da opção, na data t sendo obtida pelo cálculo do desvio padrão dos retornos até à maturidade da opção.

Utilizou-se então para o cálculo da volatilidade realizada, uma expressão baseada em Le (2008), para calcular o desvio padrão, nas opções com maturidade de 1 mês<sup>26</sup>:

$$VR_t = \sqrt{30 * \left[ \frac{1}{(T-t)} \sum_{s=t+1}^T (R_s - \bar{R})^2 \right]} \quad (1)$$

- t – Período onde foi recolhida a observação;
- T – Período correspondente à maturidade da opção;<sup>27</sup>
- $VR_t$  – Volatilidade realizada futura, no tempo t, para opções que expiram na data T;
- $s=t+1$  – Período que está imediatamente após a data de observação;
- $R_s$  – Retornos do ativo subjacente na data s;
- $\bar{R}$  – Média dos retornos do ativo subjacente entre os períodos s e T;

Os retornos são determinados também com base numa expressão de Le (2008), assumindo a forma tradicional de cálculo de retornos de ativos financeiros:

---

<sup>26</sup> Esta fórmula é igual para as opções com maturidades de 2 e 4 meses, mas em vez de se multiplicar por 30 dias, multiplica-se por 60 e 120 dias, respetivamente.

<sup>27</sup> (T-t) é então o número de dias que faltam até a opção expirar.

$$R_s = \ln\left(\frac{S_s}{S_t}\right) \quad (2)$$

- $S_s$  – Preço do ativo subjacente na data  $s$ ;
- $S_t$  – Preço do ativo subjacente na data  $t$ ;

Consegue-se perceber pela expressão que não é então possível saber-se o valor da volatilidade realizada no tempo  $t$ , pois esta depende dos retornos do ativo subjacente até à data  $T$ . Torna-se assim necessário saber as outras medidas de volatilidade e estudar o seu poder de estimação, em relação a esta volatilidade realizada futura, para se conseguir determinar, na data  $t$ , a possível variação futura da volatilidade o que pode ajudar à tomada de decisão.

A volatilidade histórica utilizada neste estudo, foi calculada considerando o desfazamento da volatilidade realizada num período. Como o nome indica, esta volatilidade engloba a informação passada da volatilidade e é utilizada para se poder comparar a qualidade da estimação das volatilidades implícitas de Black e Scholes. Assim procura-se saber se as volatilidades implícitas conseguem explicar melhor as variações futuras na volatilidade, do que uma série que contenha os seus valores no passado.

Deste modo, a volatilidade histórica na data  $t$  é igual ao valor da volatilidade realizada na data  $t-T$ , à semelhança de Canina e Figlewski (1993) e Christensen e Prabhala (1998).

Para se conseguir extrair a volatilidade de Black e Scholes é preciso conhecer primeiro, como o modelo está definido. Na sua génese, este modelo tenta calcular o preço de uma opção *call* europeia, em função do preço do ativo subjacente, do preço de exercício, da taxa de juro sem risco, do tempo até à maturidade e do desvio padrão do ativo subjacente.

Na elaboração deste modelo, os autores partiram de vários pressupostos:

- É conhecida a taxa de juro sem risco de curto prazo e esta é constante ao longo do tempo;
- O preço do ativo subjacente segue um movimento geométrico browniano em que os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  são constantes (média e desvio padrão respetivamente);
- Considera-se que a ação não tem dividendos;
- O negócio da opção é efetuado sem custos de transação;
- Todos os ativos são perfeitamente divisíveis;

- O *short-selling* é permitido.<sup>28</sup>

A função de Black e Scholes para a valorização de opções *call* europeias, é então a seguinte:

$$C_t = S_t N(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2) \quad (3)$$

Onde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

- $C_t$  – Preço da opção *call* europeia;
- $N(d_1)$ ,  $N(d_2)$  – Função de distribuição de probabilidade, de uma variável com distribuição normal estandardizada;<sup>29</sup>
- $K$  – Preço de exercício;
- $r$  – Taxa de juro sem risco;
- $\tau$  – Tempo até à maturidade;<sup>30</sup>
- $\sigma$  – Desvio padrão do ativo subjacente.

Em relação ao cálculo de opções *put* europeias a fórmula é semelhante, mas com algumas diferenças, nomeadamente em termos de sinais:  $P_t = Ke^{-r\tau} N(-d_2) - S_t N(-d_1)$ .

Para se extrair a volatilidade implícita, tem que se resolver o modelo de Black e Scholes em ordem a  $\sigma$ . Desde que este modelo surgiu, tem havido uma procura da melhor expressão da volatilidade implícita, em ordem às variáveis observadas do modelo. No entanto, tem sido difícil chegar-se a uma expressão exata. Jacquinet e Sukhomlin (2010) tentam atingir expressão e chegam ao resultado seguinte.

<sup>28</sup> *Short-Selling* ou venda a descoberto é a prática financeira de obter um ativo por empréstimo, para o vender e esperar que o preço caia, para o comprar de seguida, obtendo assim um lucro na operação.

<sup>29</sup> Uma função normal estandardizada tem média 0 e desvio padrão 1.

$$VIBS = \sqrt{\frac{\ln(K/S) - r\tau}{r(E_\Gamma + 3/2)}} \quad (4)$$

- VIBS – Volatilidade implícita de Black e Scholes;
- $E_\Gamma$  – Elasticidade da característica “Grega” Gamma.

Em que,  $E_\Gamma = -\frac{1}{(\sigma^2 \tau)}(\ln S - \ln K) - \frac{3}{2} - \frac{r}{\sigma^2}$ .<sup>31</sup> No entanto ao utilizarem-se estas

expressões de cálculo da volatilidade implícita de Black e Scholes, não se conseguiram achar bons resultados, pelo que se decidiu utilizar um aplicativo em Excel, que permite calcular as volatilidades implícitas de Black e Scholes de forma automática e direta.<sup>32</sup> Calculou-se então a volatilidade implícita, como função do preço do ativo subjacente, do preço de exercício, da taxa de juro sem risco, do tempo até à maturidade, da volatilidade, da taxa de dividendos<sup>33</sup> e do preço *call* ou *put* da opção:

$$VIBS = f(S, K, r, (T-t)/365, \sigma, D, C) \quad (5)$$

$$VIBS = f(S, K, r, (T-t)/365, \sigma, D, P) \quad (6)$$

A equação (5) diz respeito a opções *call* e a equação (6) a opções *put*, onde:

- D – Taxa de dividendos da ação;<sup>34</sup>
- C – Preço *call* da opção;
- P – Preço *put* da opção.

De seguida procedeu-se ao cálculo da volatilidade implícita livre de modelo. Britten-Jones e Neuberger (2000) definiram esta função como:

$$VILM = 2 \int_0^\infty \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \quad (7)$$

<sup>30</sup> Em todo o nosso estudo, quando utilizamos a variável  $\tau$  em vez de  $(T-t)$ , para nos referirmos ao tempo até à maturidade, é porque estamos a considerar o tempo até à maturidade, adaptado ao horizonte da taxa de juro.

Assim, para a EURIBOR a 1 mês teremos  $\tau = (T-t)/30$ , por exemplo. Para as opções com maturidades de 2 e 4 meses, divide-se por 60 e 120, respetivamente.

<sup>31</sup> Para mais detalhes sobre esta fórmula de cálculo sugere-se a leitura de Jacquinet e Sukhomlin (2010)

<sup>32</sup> <http://windale.com/optionsx.php>

<sup>33</sup> Os dividendos foram considerados 0, para todas as opções ao longo de todo o estudo, por se tratar do índice de mercado.

<sup>34</sup> Mesmo não considerando os dividendos neste trabalho, decidiu-se incluí-los na equação, para mostrar que se forem utilizados dividendos neste cálculo, o valor da volatilidade implícita de Black e Scholes será alterado.

- VILM – Volatilidade implícita livre de modelo;
- $C^F(T, K)$  – Preço *forward* da opção *call* para a maturidade T e preço de exercício K;
- $F_0$  – Preço do ativo *forward* inicial.

Como se pode observar, Britten-Jones e Neuberger (2000), assim como Jiang e Tian (2005), usaram preços *forward* no cálculo da volatilidade implícita livre de modelo. Como o objeto deste estudo são opções de índices de ações, decidiu-se não ser apropriado o uso de preços *forward* e usaram-se preços do ativo subjacente, na data t, para calcular a volatilidade implícita livre de modelo nessa mesma data t.

Jiang e Tian (2005) estudam os efeitos dos erros de truncagem, na passagem da equação (7), para a equação seguinte<sup>35</sup>:

$$VILM = 2 \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} \frac{C(T, K) - \max(0, S_0 - K)}{K^2} dK \quad (8)$$

Faz-se esta transformação, pois os preços de exercício não variam entre zero e infinito, ao apresentarem valores máximos e mínimos em cada conjunto de transações. Jiang e Tian (2005) concluem que os erros de truncagem são insignificantes, se os preços de exercício<sup>36</sup> máximo e mínimo estiverem para além de dois desvios padrão de  $F_0$ . Portanto no caso ao qual este estudo se destina, os erros de truncagem são insignificantes para preços de exercício que distam mais de dois desvios padrões em relação ao preço do ativo subjacente inicial ( $S_0$ ).

Jiang e Tian (2005) também discutem o problema dos erros de discretização. Estes erros aparecem, porque o integral pressupõe que a variável dos preços de exercício é contínua entre os seus preços, mínimo e máximo. Para contornar este problema, Jiang e Tian (2005) usaram uma função onde usam dados discretos dos preços de exercício:

$$2 \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} \frac{C(T, K) - \max(0, S_0 - K)}{K^2} dK \approx \sum_{i=1}^m [g(T, K_i) + g(T, K_{i-1})] \Delta K \quad (9)$$

<sup>35</sup> Tendo em conta já a nossa alteração da expressão, para considerar preços do ativo subjacente, em vez de preços *forward*.

<sup>36</sup> Jiang e Tian (2005) medem estes preços como múltiplos dos desvios padrão, em relação ao preço *forward* inicial ( $F_0$ )

$$\Delta K = (K_{\max} - K_{\min}) / m \quad (10)$$

$$K_i = K_{\min} + i\Delta K \text{ para } 0 \leq i \leq m \quad (11)$$

$$g(T, K_i) = [C(T, K_i) - \max(0, S_0 - K_i)] / K_i^2 \quad (12)$$

Assim,  $m$  é o número de preços de exercício total da opção *call* ou *put* para determinada maturidade, enquanto  $i$  indica qual o preço de exercício que se está a considerar. Os erros de discretização são insignificantes, para  $m \geq 20$  (Jiang e Tian, 2005). Na amostra de dados no qual se baseou este estudo, o  $m$  é geralmente maior que 20, pelo que a possibilidade de obtenção de erros de discretização é mínima.

Ao calcular-se a volatilidade implícita, pela equação (9) tem que se ter em atenção que o preço das opções *call* (ou *put*) vai-se alterar pois, para além da maturidade, depende agora de  $K_i$ , ao invés de  $K$ . Como se pode ver este novo  $K_i$  é calculado a partir de uma média do incremento que existe por preço de exercício entre o máximo e o mínimo. Para se obterem os novos preços das opções, utiliza-se a equação (3), da já conhecida fórmula de Black e Scholes para a valorização de opções, substituindo apenas o  $K$  por  $K_i$ .

Obtém-se então novos preços *call* e *put* de opções, que são usados por sua vez para calcular a volatilidade implícita livre de modelo, através da equação (9).

Para se evitar o problema da sobreposição telescópica, descrito por Christensen, Hansen e Prabhala (2002), utilizam-se apenas os dados referentes, à quarta-feira imediatamente após a data de expiração da opção. Ou seja, como todas as maturidades ocorrem na terceira sexta-feira do mês,<sup>37</sup> os dados recolhidos serão os da quarta quarta-feira. Assim os dados das opções com expiração mensal não irão ter nenhuma sobreposição e assim os estimadores obtidos serão mais eficientes.

A volatilidade implícita de Black e Scholes é a única, das medidas de volatilidade estudadas, que varia consoante o preço de exercício. Assim, para se evitar a repetição de valores nas outras variáveis, só se usou um valor para cada opção *call* e outro para cada opção *put*, em cada uma das maturidades existentes, isto para as amostras cuja duração de vida é de apenas 1 mês. A opção escolhida para cada data, foi a daquela que está mais *at-the-money*, ou seja a que tem o valor de  $K/S$ , mais próximo da unidade.

---

<sup>37</sup> Caso a terceira sexta-feira do mês não seja um dia de transações, usa-se a quinta-feira anterior e por aí adiante.

Para as opções com maturidades de 2 meses, as observações em cada quarta-feira a seguir à maturidade, contém duas observações para opções de compra e mais duas para opções de venda. Isto acontece, porque usa-se a opção que expira dois meses depois da data atual e também a opção que entrou no mês anterior, mas que ainda não chegou à maturidade. Na mesma medida as opções com maturidades de 4 meses, têm 3 ou 4 observações para cada dia. Nem todos os dias têm as 4 observações, correspondentes, pois nem em todos os meses estão disponíveis para transação opções a 4 meses.

Assim vamos obter sobreposições nas séries de 2 e 4 meses e pode-se assim verificar se a utilização destas amostras sobrepostas afetam os estimadores das volatilidades, apesar de que estas sobreposições são um muito menor grau do que as sobreposições estudadas por Christensen, Hansen e Prabhala (2002).

No estudo econométrico para a análise dos coeficientes das volatilidades e do poder de previsão dos seus estimadores, usam-se regressões gerais, que abrangem todas as variáveis, ou pelo menos duas delas e regressões restritas, onde a volatilidade realizada tem apenas uma variável explicativa. Este método foi utilizado por Canina e Figlewski (1993), Christensen e Prabhala (1998) e Jiang e Tian (2005). Jiang e Tian (2005) referem que, ao passo que as regressões restritas se centram no poder de previsão e no conteúdo informativo de apenas um estimador, as regressões abrangentes mostram a importância relativa de estimadores de volatilidade concorrentes e se algum estimador consegue conter toda a informação presente noutro estimador.

A regressão mais geral, que faz a volatilidade realizada depender de todas as outras volatilidades, é a seguinte:

$$VR_{t,\tau} = \alpha_\tau + \beta_1 VH_{t,\tau} + \beta_2 VIBS_{t,\tau} + \beta_3 VILM_{t,\tau} \quad (13)$$

Estuda-se então a volatilidade realizada, para todos os emparelhamentos possíveis das volatilidades, sejam elas regressões restritas com apenas uma variável, abrangentes com duas variáveis ou mesmo a forma geral que compara o impacto de todas as variáveis de volatilidade estudadas, na volatilidade realizada futura.

A volatilidade implícita de Black e Scholes e a volatilidade implícita livre de modelo dependem do tipo da opção ser *put* ou *call*. Assim temos séries de volatilidades implícitas diferentes para opções de compra e de venda. Decidiu-se por isso analisar estas

opções de forma separada, fazendo uma regressão para as opções *call* e outra para as opções *put*.

As hipóteses testadas serão similares aquelas utilizadas por Jiang e Tian (2005). Para as regressões restritas, testa-se a hipótese de que os seus coeficientes são iguais a zero:  $H_0 : \beta_i = 0$ . Se isto se verificar, é porque determinado estimador não possui qualquer informação sobre a volatilidade realizada e é por isso, insignificante.

A maneira de se determinar se um estimador é centrado faz-se com base num teste à hipótese:  $H_0 : \alpha = 0$  e  $\beta_i = 1$ <sup>38</sup>. Esta hipótese conjunta é testada através do uso dum teste de qui-quadrado. Se a hipótese nula for rejeitada, é porque o estimador é centrado e tem assim uma boa precisão na estimação da volatilidade realizada futura.

Caso se verifique que um dos estimadores é igual a zero, nas regressões abrangentes, isto significa que o seu conteúdo informativo é completamente englobado pela outra variável na regressão.

Assim, testa-se  $H_0 : \beta_i = 0$  para as regressões abrangentes.

Testa-se também a hipótese conjunta de um dos coeficientes ser zero e o outro 1. Se estivermos comparar a volatilidade implícita de Black e Scholes e a volatilidade implícita livre de modelo, por exemplo, ficamos com a hipótese:  $H_0 : \beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 1$ <sup>39</sup>. Se esta hipótese se verificar, isto significa que a volatilidade implícita livre de modelo, para além de ter informação eficiente sobre a volatilidade realizada futura, engloba completamente a informação presente na volatilidade implícita de Black e Scholes (Jiang e Tian, 2005).

---

<sup>38</sup> Este teste é designado nas tabelas de resultados como teste 1.

<sup>39</sup> Este teste é designado nas tabelas de resultados como teste 2.



## 5. Resultados

Propõe-se nesta secção analisar os resultados obtidos na análise econométrica, às diversas regressões efetuadas, bem como saber as características de cada coeficiente da volatilidade, e procurando saber assim o conteúdo informativo de cada estimador em relação à volatilidade realizada futura e às outras variáveis de volatilidade estudadas.

Primeiro procedeu-se à análise das estatísticas descritivas, das variáveis da volatilidade realizada, volatilidade implícita de Black e Scholes e volatilidade implícita livre de modelo, para todos os horizontes temporais, e com uma separação na análise entre opções de compra e venda. Estas estatísticas permitem-nos saber a média de cada variável na amostra, o seu máximo, mínimo e desvio padrão, bem como o tamanho da amostra.

De salientar novamente, que os dados são obtidos na quarta-feira a seguir à maturidade de cada mês e que só se extrai um valor de volatilidade por tipo de opção,<sup>40</sup> para o nível de *moneyness*<sup>41</sup>, que esteja mais próximo de ser *at-the-money*. Assim evitam-se as sobreposições<sup>42</sup> e consegue-se comparar da melhor maneira a volatilidade implícita de Black e Scholes, com as outras volatilidades.

A tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas da amostra deste trabalho. A primeira conclusão que salta logo à vista, é a média da volatilidade realizada futura ser menor que a média da volatilidade implícita de Black e Scholes e maior que a volatilidade implícita livre de modelo, para todos os tipos de amostra estudados.

Estes resultados parecem querer evidenciar que quer o estimador de volatilidade implícita de Black e Scholes, quer o da volatilidade implícita livre de modelo, sejam estimadores enviesados da volatilidade realizada futura, embora com um tipo de enviesamento diferente. Parece evidente que a volatilidade implícita de Black e Scholes é enviesada, o que é consistente com a generalidade da literatura, ao passo que a volatilidade implícita livre de modelo também aparenta possuir um enviesamento.

---

<sup>40</sup> Considera-se neste caso opções do mesmo tipo, as que têm o mesmo tempo para a maturidade e que sejam *call* ou *put*, por cada dia em que existam dados observados.

<sup>41</sup> Rácio entre o preço de exercício e o preço do ativo subjacente (K/S). Para este estudo consideraram-se as opções *call (put) in-the-money*, para níveis de *moneyness* inferiores (superiores) a 0,97 (1,03). As opções foram consideradas *out-of-the-money*, para níveis de (K/S) superiores (inferiores) a 1,03 (0,97), para opções *call (put)*, Bakshi, Cao e Chen (2000).

**Tabela 1 – Estatísticas descritivas**

<i>Tipo da Opção</i>	<i>Média</i>	<i>Máximo</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>N</i>
<b>VR</b>					
<i>Call</i> a 1 mês	0,0683	0,2361	0,0301	0,0395	50
<i>Put</i> a 1 mês	0,0683	0,2361	0,0301	0,0395	50
<i>Call</i> a 2 meses	0,0963	0,3339	0,042	0,0535	99
<i>Put</i> a 2 meses	0,0963	0,3339	0,042	0,0535	99
<i>Call</i> a 4 meses	0,1377	0,4723	0,0595	0,0729	160
<i>Put</i> a 4 meses	0,1377	0,4723	0,0595	0,0729	160
<b>VIBS</b>					
<i>Call</i> a 1 mês	0,2495	0,7328	0,0714	0,126	50
<i>Put</i> a 1 mês	0,2745	0,6294	0,1401	0,1168	50
<i>Call</i> a 2 meses	0,2451	0,7323	0,0712	0,1163	99
<i>Put</i> a 2 meses	0,2779	0,6308	0,141	0,1097	99
<i>Call</i> a 4 meses	0,2646	0,7316	0,0992	0,112	160
<i>Put</i> a 4 meses	0,2622	0,6012	0,0704	0,1066	160
<b>VILM</b>					
<i>Call</i> a 1 mês	0,0133	0,0511	0,0022	0,0111	50
<i>Put</i> a 1 mês	0,0128	0,0587	0,0027	0,0126	50
<i>Call</i> a 2 meses	0,0273	0,1469	0,0036	0,0262	99
<i>Put</i> a 2 meses	0,0284	0,1374	0,0035	0,0272	99
<i>Call</i> a 4 meses	0,0558	0,4263	0,0064	0,0619	160
<i>Put</i> a 4 meses	0,0667	0,4938	0,0053	0,0738	160

VR, VIBS e VILM correspondem aos coeficientes de volatilidade realizada, volatilidade implícita de Black e Scholes e de volatilidade implícita livre de modelo. Nesta tabela são apresentadas estatísticas descritivas, para opções *call* e *put*, de maturidades 1, 2 e 4 meses. N representa o tamanho da amostra.

<sup>42</sup> Isto para as opções com maturidades de 1 mês, pois as de 2 meses e 4 meses, já apresentam algum grau de sobreposição, que aumentará, naturalmente sempre que o tempo para a maturidade aumentar. Daí também não se ter optado por efetuar o estudo para maturidades mais longas como 6 meses ou 1 ano.

Quando começaram a surgir estudos para analisar a capacidade informativa da volatilidade implícita, surgiram resultados muito díspares. Certos trabalhos consideravam a volatilidade implícita um bom estimador da volatilidade futura, ao passo que outros defendiam que a volatilidade implícita não era um melhor estimador do que a volatilidade histórica. Nos estudos mais recentes, que surgiram já depois do problema da sobreposição telescópica, tem-se chegado a uma espécie de consenso, de que a volatilidade implícita de Black e Scholes apesar de ser enviesada é um estimador mais eficiente do que a volatilidade histórica. No entanto, na maioria dos estudos a volatilidade implícita de Black e Scholes não consegue englobar toda a informação presente na volatilidade histórica.

Espera-se que a volatilidade implícita livre de modelo, embora não seja uma variável tão estudada como a volatilidade implícita de Black e Scholes, seja mais eficiente em termos informativos do que esta. A volatilidade implícita livre de modelo é calculada tendo em conta todos os preços de exercício para cada tipo de opção e isso faz com que haja mais conteúdo informativo na volatilidade implícita livre de modelo, no que na volatilidade implícita de Black e Scholes, Jiang e Tian (2005).

Começa-se então por analisar as regressões call e put com maturidades de um mês, pois são as únicas opções presentes na amostra que não apresentam sobreposições e por isso espera-se que os seus estimadores sejam mais bem definidos. Os resultados da regressão estão presentes na Tabela 2 deste documento.

Os  $R^2$  ajustados indicam que a volatilidade implícita livre de modelo deverá ser o melhor estimador da volatilidade realizada futura, quer para opções de compra quer para opções de venda, pois nas regressões restritas, variações na sua média amostral, explicam 64% das variações na volatilidade realizada futura, para opções *call* e 67% para as opções *put*, *ceteris paribus*. Estes valores estão bastante acima do verificado nas outras volatilidades. O  $R^2$  ajustado da volatilidade histórica é de 49%, para ambas as opções e o da volatilidade implícita de Black e Scholes é de 57% para opções *call* e 40% para opções *put*. A volatilidade implícita de Black e Scholes aparenta então ser um melhor estimador do que a volatilidade histórica, para volatilidades realizadas de opções *call*. No entanto, para opções *put* acontece exatamente o contrário.

De facto ao analisar-se as estatísticas Durbin-Watson para estudar a autocorrelação nos resíduos, a que apresenta um valor mais baixo é precisamente a regressão restrita da volatilidade implícita de Black e Scholes.

**Tabela 2 – Estimação por mínimos quadrados das regressões geral, abrangentes e restritas, para opções com maturidades de 1 mês**

N	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$R^2$ ajustado	Durbin- Watson	Teste 1	Teste 2
<b>Calls</b>								
50	0,02	0,34*	-0,04	2,54**	0,72	1,88	-	59,28(0,000)
50	0,01	0,17	0,19**	-	0,56	1,7	-	647,02(0,000)
50	0,02	0,27*	-	2,36**	0,72	1,85	-	59,87(0,000)
50	0,02	-	0,1*	1,94**	0,67	1,7	-	37642,29(0,000)
50	0,02	0,71**	-	-	0,49	1,87	8,07(0,018)	-
50	0,01	-	0,24**	-	0,57	1,63	3099,57(0,000)	-
50	0,03	-	-	2,86**	0,64	1,51	306,72(0,000)	-
<b>Puts</b>								
50	0,03	0,22	-0,03	2,36**	0,71	1,87	-	48,97(0,000)
50	0,01	0,58**	0,05	-	0,48	1,81	-	503,58(0,000)
50	0,03	0,16	-	2,31**	0,72	1,86	-	49,37(0,000)
50	0,03	-	0,05	2,28**	0,67	1,73	-	39,36(0,000)
50	0,02	0,71**	-	-	0,49	1,87	8,07(0,018)	-
50	0,01	-	0,22**	-	0,4	1,36	2711,54(0,000)	-
50	0,04	-	-	2,58**	0,67	1,62	335,85(0,000)	-

O coeficiente  $\beta_1$  corresponde ao coeficiente de volatilidade histórica,  $\beta_2$  corresponde à volatilidade implícita de Black e Scholes e  $\beta_3$  à volatilidade implícita livre de modelo. O teste 1, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \alpha = 0$  e  $\beta_i = 1$ , para regressões restritas e o teste 2, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \beta_1 = 0$  e  $\beta_2 = 1$  ou,  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 1$  para as regressões abrangentes. Os valores entre parênteses são os *p-values* das estatísticas de teste. \* e \*\* indicam que o coeficiente  $\beta_i$  é significativamente diferente de zero para níveis de significância de 5% e 1%, respetivamente.

Procedeu-se a um teste Breusch-Godfrey e verificou-se que existe de facto autocorrelação nos resíduos apenas nesta regressão. Esta evidência permite concluir que o estimador da volatilidade implícita de Black e Scholes evidencia não ser um estimador eficiente para a volatilidade realizada futura de opções *put*.

Quando se adiciona a volatilidade implícita de Black e Scholes, numa regressão que já contenha a volatilidade implícita livre de modelo, o  $R^2$  ajustado praticamente não sofre alterações, pelo que parece indício de uma evidência de que a volatilidade implícita livre de modelo engloba completamente a informação presente na volatilidade implícita de Black e Scholes. Ao introduzir-se a volatilidade histórica, o  $R^2$  ajustado aumenta sempre um pouco, o que pode significar que a volatilidade histórica contém alguma informação que não está presente na volatilidade implícita livre de modelo.

Procedeu-se de seguida aos testes dos estimadores e do conteúdo informativo presente em cada um deles, para as regressões restritas.

Para a volatilidade histórica, o teste 1 para verificar a hipótese se o estimador é centrado, é rejeitada para um nível de significância de 5%. No entanto, para um nível de significância de 1% já não se rejeita a hipótese nula. Não se consegue assim determinar com grande certeza se o estimador da volatilidade histórica está centrado. Consegue-se concluir no entanto que a volatilidade histórica é um estimador eficiente da volatilidade realizada futura, quer para opções *call*, quer para opções *put*.

No que concerne às regressões restritas para opção *call*, dos estimadores de volatilidade implícita livre de modelo e de volatilidade implícita de Black e Scholes, as conclusões retiradas são semelhantes.

Pelo teste 1 conseguimos verificar que ambos os estimadores são enviesados, mas como o seu coeficiente é significativamente diferente de zero, conclui-se que são eficientes. Para opções *put* as conclusões retiradas são as mesmas para a volatilidade implícita livre de modelo.

Já tinha sido verificado que os resíduos da regressão restrita da volatilidade de Black e Scholes são autocorrelacionados, para opções de venda. Mesmo assim, o coeficiente desta volatilidade é estatisticamente diferente de zero, pelo que é significativo.

Parte-se agora para a análise das regressões abrangentes, com duas variáveis explicativas. Para todas as regressões rejeita-se a hipótese conjunta presente no Teste 2. Assim sendo, não existe nenhuma variável que seja centrada e que englobe completamente a informação presente noutra variável.

Começando a comparação entre variáveis, pela regressão que contém a volatilidade histórica e a volatilidade implícita de Black e Scholes, para opções de compra, a evidência empírica permite concluir que a volatilidade implícita de Black e Scholes engloba

completamente a informação presente na volatilidade histórica, já que não se rejeita a hipótese de que o coeficiente desta seja diferente de zero. Para opções de venda ocorre o caso completamente oposto. Há evidências de que a volatilidade histórica engloba completamente a informação contida na volatilidade implícita de Black e Scholes, para se determinar a volatilidade futura pois não se rejeita que  $\beta_2$  seja estatisticamente diferente de zero.

As hipóteses  $H_0 : \beta_1 = 0$  ou  $H_0 : \beta_2 = 0$ , nas restrições abrangentes com duas variáveis que contenham a volatilidade implícita livre de modelo, são rejeitadas para um nível de significância de 5%, nas regressões das opções *call*. No entanto, para um nível de significância de 1% não se pode rejeitar a hipótese nula. Assim podemos afirmar, pelo menos que a volatilidade implícita livre de modelo engloba praticamente na sua totalidade a informação presente quer na volatilidade histórica, quer na volatilidade implícita de Black e Scholes na estimação da volatilidade realizada futura. Para opções *put* esta hipótese nula não é rejeitada para nenhum nível de significância, parecendo assim haver evidências que comprovam que a volatilidade implícita livre de modelo consegue englobar o conteúdo informativo das outras duas volatilidades, na estimação da volatilidade realizada futura à semelhança das conclusões obtidas por outros autores usando opções sobre futuros, especialmente em mercados de *commodities*.<sup>43</sup>

Finalmente para a regressão geral, que utiliza todas as variáveis exógenas na estimação da volatilidade realizada, verifica-se que o coeficiente da volatilidade implícita de Black e Scholes é insignificante e a hipótese de que este é igual a zero não pode ser rejeitada. Para além disso vemos que o coeficiente passa a ser negativo e isto para os dois tipos de opção.

Rejeita-se novamente que o coeficiente da volatilidade histórica seja zero para um nível de significância de 5%, mas não para um nível de significância de 1%, para as opções *call* e rejeita-se a mesma hipótese para qualquer nível de significância nas opções *put*.

Pode-se assim afirmar que, à luz destas evidências, que a volatilidade implícita livre de modelo é um estimador mais eficiente para a volatilidade realizada de opções *call* ou *put*, apesar de ser enviesada, do que os outros estimadores. O estimador de volatilidade implícita livre de modelo engloba bastante informação presente quer na volatilidade

---

<sup>43</sup> Ver na secção 2 de revisão de literatura.

histórica, quer na volatilidade implícita de Black e Scholes, na estimação da volatilidade realizada futura.

Por sua vez a volatilidade implícita de Black e Scholes estima melhor evoluções na volatilidade realizada, para opções de compra, do que a volatilidade histórica. O conteúdo informativo presente na volatilidade histórica é completamente englobado pelo estimador da volatilidade implícita de Black e Scholes para a estimação da volatilidade futura.

Para opções *put*, acontece precisamente o caso contrário, verificando-se que a volatilidade histórica engloba completamente a informação presente na volatilidade implícita de Black e Scholes para o cálculo da volatilidade realizada futura.

Procede-se agora à análise das regressões para opções com maturidades de 2 e 4 meses. Estas opções são usadas, para se verificar se a inclusão de variáveis com sobreposição tem de facto um efeito na estimação da volatilidade realizada futura.

As opções com maturidades de 2 e 4 meses têm grau de sobreposição diferente, com o tipo de opção com um tempo de vida mais longo a ter um maior nível de sobreposição. No entanto esta sobreposição, já não é a “sobreposição telescópica” de Christensen, Hansen e Prabhala (2002), já que as recolhas das amostras para estas opções são feitas na mesma a cada quarta-feira seguinte à data da maturidade. O que acontece é que estão incluídos na amostra as observações para cada mês das opções. Assim uma opção que entre na base de dados quando tem 2 meses até à sua maturidade, irá conter uma observação nessa data e outra quando já só faltar um mês para a maturidade. Numa opção a 4 meses, a opção terá então na amostra, a observação a 4, 3, 2 e 1 mês da sua expiração. Assim consegue-se verificar com precisão que quanto mais longa for a maturidade, maior será o grau de sobreposição da opção.

A estimação de mínimos quadrados para as opções a 2 e 4 meses estão presentes nas tabelas 3 e 4.

A teoria refere que ao utilizarem-se dados com sobreposição, pode aparecer uma autocorrelação na série dos resíduos, que deixe as estatísticas de teste da estimação de mínimos quadrados, inválida e que torne os estimadores ineficientes.

**Tabela 3 – Estimação por mínimos quadrados das regressões geral, abrangentes e restritas, para opções com maturidades de 2 meses**

N	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$R^2$ ajustado	Durbin- Watson	Teste 1	Teste 2
<b>Calls</b>								
99	0,03	0,43**	0,02	0,88**	0,69	1,13	-	58,76(0,000)
99	0,02	0,66**	0,06	-	0,59	0,65	-	529,51(0,000)
99	0,03	0,47**	-	0,89**	0,69	1,18	-	59,04(0,000)
99	0,03	-	0,17**	1,06**	0,65	1,04	-	42178,99(0,000)
99	0,02	0,77**	-	-	0,59	0,69	12,28(0,002)	-
99	0,01	-	0,32**	-	0,48	0,51	1904,69(0,000)	-
99	0,05	-	-	1,54**	0,57	1,59	396,57(0,000)	-
<b>Puts</b>								
99	0,04	0,59**	-0,08	0,88**	0,68	1,24	-	51,85(0,000)
99	0,03	0,84**	-0,04	-	0,59	0,72	-	532,54(0,000)
99	0,03	0,46**	-	0,84**	0,67	1,11	-	48,29(0,000)
99	0,03	-	0,1*	1,22**	0,59	1,27	-	20,44(0,000)
99	0,02	0,77**	-	-	0,59	0,69	12,28(0,002)	-
99	0,01	-	0,29**	-	0,36	0,42	2101,16(0,000)	-
99	0,05	-	-	1,48**	0,57	1,56	381,56(0,000)	-

O coeficiente  $\beta_1$  corresponde ao coeficiente de volatilidade histórica,  $\beta_2$  corresponde à volatilidade implícita de Black e Scholes e  $\beta_3$  à volatilidade implícita livre de modelo. O teste 1, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \alpha = 0$  e  $\beta_i = 1$ , para regressões restritas e o teste 2, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \beta_1 = 0$  e  $\beta_2 = 1$  ou,  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 1$  para as regressões abrangentes. Os valores entre parênteses são os *p-values* das estatísticas de teste. \* e \*\* indicam que o coeficiente  $\beta_i$  é significativamente diferente de zero para níveis de significância de 1% e 5%, respetivamente.

Ao olhar-se para as estatísticas de Durbin-Watson, vemos que todas elas desceram para as opções a 2 meses e que desceram ainda mais para as opções a 4 meses. Isto sugere que quanto maior o grau de sobreposição, maior será a autocorrelação na série dos resíduos. Assim os estimadores das volatilidades deixam de ser eficientes devido à existência de autocorrelação.



**Tabela 4 – Estimação por mínimos quadrados das regressões geral, abrangentes e restritas, para opções com maturidades de 4 meses**

N	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$R^2$ ajustado	Durbin- Watson	Teste 1	Teste 2
<b>Calls</b>								
160	0,04	0,63**	-0,03	0,3**	0,64	0,8	-	143,72(0,000)
160	0,04	0,77**	-0,04	-	0,6	0,62	-	1335,98(0,000)
160	0,03	0,63**	-	0,3**	0,64	0,79	-	143,07(0,000)
160	0,11	-	-0,06	0,7**	0,36	1	-	16,78(0,0002)
160	0,03	0,78**	-	-	0,6	0,61	19,11(0,0001)	-
160	0,17	-	-0,11*	-	0,02	0,16	963,75(0,000)	-
160	0,09	-	-	0,71**	0,36	1	328,67(0,000)	-
<b>Puts</b>								
160	0,04	0,61**	-0,03	0,27**	0,65	0,83	-	167,67(0,000)
160	0,04	0,77**	-0,04	-	0,6	0,62	-	1253,48(0,000)
160	0,03	0,61**	-	0,28**	0,65	0,83	-	167,24(0,000)
160	0,11	-	-0,05	0,61**	0,4	1,18	-	39,04(0,000)
160	0,03	0,78**	-	-	0,6	0,61	19,11(0,0001)	-
160	0,17	-	-0,12*	-	0,03	0,16	919(0,000)	-
160	0,1	-	-	0,63**	0,4	1,19	287,91 (0,000)	-

O coeficiente  $\beta_1$  corresponde ao coeficiente de volatilidade histórica,  $\beta_2$  corresponde à volatilidade implícita de Black e Scholes e  $\beta_3$  à volatilidade implícita livre de modelo. O teste 1, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \alpha = 0$  e  $\beta_i = 1$ , para regressões restritas e o teste 2, corresponde ao teste de qui-quadrado para a hipótese conjunta  $H_0 : \beta_1 = 0$  e  $\beta_2 = 1$  ou,  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 1$  para as regressões abrangentes. Os valores entre parênteses são os *p-values* das estatísticas de teste.

Na análise ao valor dos coeficientes vemos que a volatilidade implícita de Black e Scholes perde bastante informação, deixando de ser significativa em qualquer regressão abrangente e o seu  $R^2$  na regressão restrita é bastante baixo para opções de compra ou venda a 4 meses.

A volatilidade implícita livre de modelo também perde muita informação de previsão, comparada com aquela que tinha a 1 mês e deixa de englobar a informação contida na volatilidade histórica.

A volatilidade histórica é a única que mantém praticamente inalterados os valores dos seus coeficientes e é a única variável que apesar da inclusão de regressões com sobreposição, mantém inalterado o seu valor informativo e passa a englobar toda a informação presente na volatilidade implícita de Black e Scholes.

## 6. Conclusão

Dada a importância da volatilidade no processo de composição de carteiras de investimento, torna-se necessário perceber como é que a mesma pode ser explicada. Neste estudo procura-se demonstrar que a volatilidade implícita livre de modelo é útil na previsão da volatilidade futura para opções *call* e *put* sobre o índice AEX, à semelhança da importância da mesma relativamente à volatilidade implícita de Black e Scholes e à volatilidade histórica, já previamente comprovada na literatura mas utilizando opções sobre futuros (essencialmente *commodities*).

Deste estudo podem-se retirar vários tipos de conclusões, sendo que algumas delas já eram esperadas e estão consistentes com os resultados obtidos em artigos anteriores, mas também existem alguns resultados surpreendentes e que proporcionam ilações importantes em relação a esta matéria.

Foi verificado que todos os estimadores das volatilidades são eficientes na estimação da volatilidade futura, para opções com 1 mês de maturidade, com a exceção da volatilidade implícita de Black e Scholes, para o caso de opções *put*, embora se tenha concluído que todos os estimadores são também enviesados, o que significa que falta alguma variável para se conseguir determinar o modelo da melhor maneira. No entanto estes resultados são consistentes com grande parte dos estudos sobre esta matéria, sendo raros os artigos onde a volatilidade implícita de Black e Scholes e a volatilidade implícita livre de modelo, sejam estimadores centrados.

A volatilidade que demonstrou ser mais eficiente na estimação da volatilidade realizada futura foi a volatilidade implícita livre de modelo. A volatilidade implícita livre de modelo não consegue englobar no entanto o conteúdo informativo quer da volatilidade histórica, quer da volatilidade implícita, apesar de que para um nível de significância de 1% se possa considerar que toda a informação presente nestas duas volatilidades, esteja completamente incluída na volatilidade implícita livre de modelo. A literatura existente é bastante consensual no que toca ao conteúdo informativo da volatilidade implícita livre de modelo. Esta volatilidade consegue englobar completamente o conteúdo informativo das volatilidades histórica e implícita de Black e Scholes, para a grande maioria dos estudos. O facto de não se conseguir afirmar esta condição de forma tão categórica neste trabalho pode ter a ver com o uso de amostras diárias de transações de opções, ao invés de dados de

elevada frequência, com informação ao minuto. Já foi provado por inúmeros autores que o uso de dados de elevada frequência provoca melhores estimadores para a volatilidade realizada futura.

Observou-se também um resultado bastante interessante no que à comparação das regressões das opções *call* e *put* diz respeito. Para opções *call*, a volatilidade implícita de Black e Scholes engloba completamente o conteúdo informativo da volatilidade histórica na estimação da volatilidade realizada futura, mas para opções *put* é o estimador da volatilidade histórica que consegue incluir toda a informação existente na volatilidade implícita de Black e Scholes, na estimação da volatilidade futura.

Finalmente no estudo das regressões para opções com maturidades de 2 e 4 meses, que apresentam sobreposições na sua amostra, retiraram-se bastantes conclusões consistentes com aquilo que já foi estudado.

Foi verificado que o uso de dados sobrepostos gera autocorrelação nos resíduos, o que torna os estimadores de mínimos quadrados ineficientes. Observou-se também que a autocorrelação da série dos resíduos aumentou, com o aumento do número de sobreposições, o que sugere que se forem estudadas opções com uma maturidade maior, maior também será a autocorrelação dos resíduos.

Em estudos futuros sugere-se a inclusão de mais variáveis explicativas no modelo de regressão tais como a libertação de notícias para o mercado, as expectativas dos investidores ou até mesmo variáveis macroeconómicas para tentar perceber se estas trarão mais poder explicativo aos modelos econométricos aqui utilizados. Seria também interessante conseguir expandir tanto o período da amostra como os mercados analisados para tentar perceber se estes podiam ter influência nos resultados. O volume da transação acaba por ter impacto na volatilidade e incluir este nas estimativas permitia perceber se o poder explicativo se alterava ou se as características do mercado/país/economia acabam por ter impacto na previsão da volatilidade realizada futura, para além dos três tipos de volatilidade aqui analisados.

# Bibliografia

Aït-Sahalia, Y., e Lo, A. W. (1998). "Nonparametric Estimation of State-Price Densities Implicit in Financial Asset Prices." *The Journal of Finance*, 53(2), 499-547.

Ajinkya, B. B., e Gift, M. J. (1985). "Dispersion of Financial Analysts' Earnings Forecasts and the (Option Model) Implied Standard Deviations of Stock Returns." *The Journal of Finance*, 40(5), 1353-1365.

Andersen, T. G., Bollerslev, T. (1998). "Answering the Critics: Yes, ARCH Models Do Provide Good Volatility Forecasts." *International Economic Review*, 39(4), 885-905.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. e Labys, P. (2001). "The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility." *Journal of the American Statistical Association*, 96(453), 42-55.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. e Labys, P. (2003). "Modeling and Forecasting Realized Volatility." *Econometrica*, 71(2), 579-625.

Bakanova, A. (2010). "The information content of implied volatility in the crude oil futures market." *Proceedings of the Brunel Conference*, 1-19.  
[http://www.qass.org.uk/2010-May\\_Brunel-conference/Bakanova.pdf](http://www.qass.org.uk/2010-May_Brunel-conference/Bakanova.pdf).

Bakshi, G., Cao, C. e Chen, Z. (2000). "Pricing and Hedging Long-Term Options." *Journal of Econometrics*, 94, 277-318

Bakshi, G. e Kapadia, N. (2003). "Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium." *The Review of Financial Studies*, 16(2), 527-566.

Bakshi, G. e Madan, D. (2006). "A Theory of Volatility Spreads." *Management Science*, 52(12), 1945-1956.

Bali, T. G. e Peng, L. (2006). "Is There a Risk-Return Trade-Off? Evidence From High-Frequency Data." *Journal of Applied Econometrics*, 21(8), 1169-1198.

Banerjee, P. S. (2008). "Essays on the Forecast Power of Implied Volatility." *The Florida State University. ProQuest Dissertations and Theses*.  
<http://search.proquest.com/business/docview/304656278/fulltextPDF/135E3C986D23F80458F/1?accountid=26357>.

Barndorff-Nielsen, O. E. e Shephard, N. (2003). "Realized power variation and stochastic volatility models." *Bernoulli*, 9(2), 243-265.

Bates, D. S. (1991). "The Crash of '87: Was It Expected? The Evidence from Options Markets." *The Journal of Finance*, 46(3), 1009-1044.

Berlova E. (2011). "Informational content of the term structure of forward implied volatility in oil and gas futures market." *University of Otago, Dunedin, New Zealand*.  
<http://otago.ourarchive.ac.nz/bitstream/handle/10523/1785/BerlovaEkaterina2011MBus.pdf?sequence=1>.

Black, F. e Scholes, M. (1972). "The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency." *The Journal of Finance*, 27(2), 399-417.

Black, F. e Scholes, M. (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.

Blair, B. J., Poon, S. H. e Taylor, S. J. (2001). "Forecasting S&P 100 volatility: the incremental information content of implied volatilities and high-frequency index returns." *Journal of Econometrics*, 105(1), 5-26.

Bliss, R. R. e Panigirtzoglou, N. (2004). "Option-Implied Risk Aversion Estimates." *The Journal of Finance*, 59(1), 407-446.

Bollerslev, T., Tauchen, G. e Zhou, H. (2009). "Expected Stock Returns and Variance Risk Premia." *Review of Financial Studies*, 22(11), 4463-4492.

Breeden, D. T. e Litzenberger, R. H. (1978). "Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices." *Journal of Business*, 51(4), 621-651.

Britten-Jones, M. e Neuberger, A. (2000). "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility." *The Journal of Finance*, 55(2), 839-866.

Broadie, M. e Jain, A. (2008). "Pricing and Hedging Volatility Derivatives." *The Journal of Derivatives*, 15(3), 7-24.

Buraschi, A. e Jackwerth, J. (2000). "The Price of a Smile: Hedging and Spanning in Option Markets." *London Business School and University of Wisconsin at Madison*.  
<http://www.smartquant.com/references/Volatility/vol16.pdf>.

Byoun, S., Kwok, C. C. Y. e Park, H. Y. (2003). "Expectations Hypothesis of the Term Structure of Implied Volatility: Evidence from Foreign Currency and Stock Index Options." *Journal of Financial Econometrics*, 1(1), 126-151.

Camara, M. G. T. D. A. , (2010). "O Efeito Smile: Uma aplicação ao DAX" *ISCTE Business School*.  
[http://repositorio-iul.iscte.pt/bitstream/10071/3483/1/O%20Efeito%20Smile\\_Uma%20aplica%C3%A7%C3%A3o%20ao%20DAX.pdf](http://repositorio-iul.iscte.pt/bitstream/10071/3483/1/O%20Efeito%20Smile_Uma%20aplica%C3%A7%C3%A3o%20ao%20DAX.pdf)

Campa, J. M. e Chang, P. H. K. (1995). "Testing the Expectations Hypothesis on the Term Structure of Volatilities in Foreign Exchange Options." *The Journal of Finance*, 1(2), 529-547.

- Campa, J. M., Chang, P. H. K. e Refalo, J. F. (2002). "An options-based analysis of emerging market exchange rate expectations: Brazil's Real Plan, 1994–1999." *Journal of Development Economics*, 69(1), 227-253.
- Campa, J. M., Chang, P. H. K. e Reider, R. L. (1998). "Implied exchange rate distributions: evidence from OTC option markets." *Journal of International Money and Finance*, 17(1), 117-160.
- Canina, L. e Figlewski, S. (1993). "The Informational Content of Implied Volatility." *The Review of Financial Studies*, 6(3), 659-681.
- Carr, P. e Wu, L. (2009). "Variance Risk Premiums." *The Review of Financial Studies*, 22(3), 1311-1341.
- Chiras, D. P. e Manaster, S. (1978). "The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency." *Journal of Financial Economics*, 6(2-3), 213-234.
- Christensen, B. J., Hansen, C. S. e Prabhala, N. R. (2002). "The Telescoping Overlap Problem in Options Data." *University of Aarhus and University of Maryland*.  
<http://people.stern.nyu.edu/rengle/pdfs/Telecoping2002.pdf>.
- Christensen, B. J. e Prabhala, N. R. (1998). "The relation between implied and realized volatility." *Journal of Financial Economics*, 50(2), 125-150.
- Christoffersen, P., Heston, S. e Jacobs, K. (2010). "Option Anomalies and the Pricing Kernel." *McGill University*.  
<http://rady.ucsd.edu/faculty/seminars/2010/papers/heston.pdf>.
- Copeland, M. M. e Copeland, T. E. (1999). "Market Timing: Style and Size Rotation Using the VIX." *Financial Analysts Journal*, 55(2), 73-81.
- Coval, J. D. e Shumway, T. (2001). "Expected Option Returns." *The Journal of Finance*, 56(3), 983-1009.
- Della Corte, P., Sarno, L., e Tsiakas, I. (2011). "Spot and forward volatility in foreign exchange." *Journal of Financial Economics*, 100(3), 496-513.
- Derman, E. e Kani, I. (1994). "Riding on a Smile". *Risk*, 7, 32-39.
- Derman, E. e Kani, I. (1997). "Stochastic Implied Trees: Arbitrage Pricing With Stochastic Term and Strike Structure of Volatility." *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 1, 61-110.
- Derman, E., Kani, I. e Chriss, N. (1996), "Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile." *Journal of Derivatives*, 3, 7-22.
- Deryabin, M. V. (2011). "Implied volatility surface reconstruction for energy markets: spot price modelling vs surface parametrization." *The Journal of Energy Markets*, 4(2), 67-85.

Diz, F. e Finucane, T. J. (1993). "Do the Options Markets Really Overreact?" *The Journal of Futures Markets*, 13(3), 299-312.

Doran, J. S. e Ronn, E. I. (2005). "On The Bias in Black-Scholes/Black Implied Volatility." *Review of Derivatives Research*, 8(3), 177-198.

Dumas, B., Fleming, J e Whaley, R. E. (1998). "Implied Volatility Functions: Empirical Tests." *The Journal of Finance*, 53(6), 2059-2106.

Dupire, B. (1994). "Pricing with a Smile." *Risk*, 7, 18-20.

Ederington, L. e Guan, W. (2002). "Is implied volatility an informationally efficient and effective predictor of future volatility?" *Journal of Risk*, 4, 29-46.

Fleming, J. (1998). "The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices." *Journal of Empirical Finance*, 5(4), 317-345.

Fleming, J., Ostidiek, B. e Whaley, R. E. (1995). "Predicting Stock Market Volatility: A New Measure." *The Journal of Futures Markets*, 15(3), 265-302.

Galai, D. (1977). "Tests of Market Efficiency of the Chicago Board Options Exchange." *The Journal of Business*, 50(2), 167-197.

Galati, G. e Melick, W. (1999). "Perceived central bank intervention and market expectations: An empirical study of the yen/dollar exchange rate 1993-96." *Bank of International Settlements*.  
<http://ideas.repec.org/p/bis/biswps/77.html>.

Gemmell, G. e Saflekos, A. (1999). "How Useful are Implied Distributions? Evidence from Stock-Index Options." *City University Business School, London*.  
[http://www.bis.org/publ/bisp06\\_p6.pdf](http://www.bis.org/publ/bisp06_p6.pdf).

Giot, P. (2005). "Relationships Between Implied Volatility Indexes and Stock Index Returns." *The Journal of Portfolio Management*, 31(3), 92-100.

Godek, M. K. (2009). "Economics of Bond and Derivatives Markets."  
[http://www.essex.ac.uk/economics/EESJ/sp10/Godek\\_EC372.pdf](http://www.essex.ac.uk/economics/EESJ/sp10/Godek_EC372.pdf).

Harvey, C. R. e Whaley, R. E. (1991). "S&P 100 Index Option Volatility." *The Journal of Finance*, 46(4), 1551-1561.

Heath, D., Jarrow, R. e Morton, A. (1992). "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation." *Econometrica*, 60(1), 77-105.

Jackwerth, J. C. e Rubinstein, M. (1996). "Recovering Probability Distributions from Option Prices." *The Journal of Finance*, 51(5), 1611-1631.



Jackwerth, J. C. e Rubinstein, M. (2001). "Recovering Stochastic Processes from Option Prices." *University of California at Berkeley*.  
<http://u.math.biu.ac.il/~mschaps/finance/readings/options/numerical%20calculations/1%20jack2.pdf>.

Jacquinot, P. e Sukhomlin, N. (2010). "A direct formulation of implied volatility in the Black-Scholes model." *Journal of Economics and International Finance*, 2(6), 95-101

Jiang, G. J. e Tian, Y. S. (2005). "The Model-Free Implied Volatility and Its Information Content." *Review of Financial Studies*, 18(4), 1305-1342.

Jiang, G. J. e Tian, Y. S. (2007). "Extracting Model-Free Volatility from Option Prices: An Examination of the VIX Index." *The Journal of Derivatives*, 14(3), 35-60.

Jorion, P. (2005). "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market." *The Journal of Finance*, 50(2), 507-528.

Kim, Minho e Kim, Minchoul (2003). "Implied volatility dynamics in the foreign exchange markets." *Journal of International Money and Finance*, 22(4), 511-528.

Klein, L. S. e Peterson, D. R. (1988). "Investor Expectations of Volatility Increases Around Large Stock Splits as Implied in Call Option Premia." *The Journal of Financial Research*, 11(1), 71-86.

Lamoureux, C. G. e Lastrapes, W. D. (1993). "Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities." *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293-326.

Latané, H. A. e Rendleman, Jr., R. J. (1976). "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices." *The Journal of Finance*, 31(2), 369-381.

Le, D. (2008). "Implied Volatility in Crude Oil and Natural Gas Markets." *Univeristy of Oklahoma*.  
<http://69.175.2.130/~finman/Reno/Papers/ImpliedVolatilityOilandGasmarkets.pdf>.

Ledoit, O., Santa-Clara, P. e Yan, S. (2002). "Relative Pricing of Options with Stochastic Volatility." *Anderson Graduate School of Management, UC Los Angeles*.  
<http://escholarship.org/uc/item/7jp8f42t>.

Low, B. S. e Zhang, S. (2005). "The Volatility Risk Premium Embedded in Currency Options." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40(4), 803-832.

MacBeth, J. D. e Merville, L. J. (1979). "An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model." *The Journal of Finance*, 34(5), 1173-1186.

- Martens, M. e Zein, J. (2004). "Predicting Financial Volatility: High-Frequency Time-Series Forecasts Vis-à-Vis Implied Volatility." *The Journal of Futures Markets*, 24(11), 1005-1028.
- Melick, W. R. e Thomas, C. P. (1997). "Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil during the Gulf Crisis." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32(1), 91-115.
- Merton, R. C. (1973). "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model." *Econometrica*, 41(5), 867-887.
- Mixon, S. (2007). "The implied volatility term structure of stock index options." *Journal of Empirical Finance*, 14(3), 333-354.
- Patell, J. M. e Wolfson, M. A. (1981). "The Ex Ante and Ex Post Price Effects of Quarterly Earnings Announcements Reflected in Option and Stock Prices." *Journal of Accounting Research*, 19(2), 434-458.
- Philippatos, G. C., Gressis, N. e Baird, P. L., III (1994). "Implicit volatility and the pricing of stock index and interest rate options." *Managerial Finance*, 20(5-6), 79-89.
- Pong, S., Shackleton, M. B., Taylor, S. J. e Xu, X. (2004). "Forecasting currency volatility: A comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models." *Journal of Banking & Finance*, 28(10), 2541-2563.
- Poon, S. H. e Granger, C. W. (2003). "Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review." *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478-539.
- Poterba, J. M. e Summers, L. H. (1986). "The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations." *The American Economic Review*, 76(5), 1142-1151.
- Poteshman, A. M. (2001). "Underreaction, Overreaction, and Increasing Misreaction to Information in the Options Market." *The Journal of Finance*, 56(3), 851-876.
- Richardson, M. e Smith, T. (1991). "Tests of Financial Models in the Presence of Overlapping Observations." *The Review Financial Studies*, 4(2), 227-254.
- Rubinstein, M. (1985). "Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978." *The Journal of Finance*, 40(2), 455-480.
- Rubinstein, M. (1994). "Implied Binomial Trees." *The Journal of Finance*, 69(3), 771-817.
- Rubinstein, M. (1998). "Edgeworth Binomial Trees." *Journal of Derivatives*, 5, 20-27
- Schmalensee, R. e Trippi, R. R. (1978). "Common Stock Volatility Expectations Implied by Option Premia." *The Journal of Finance*, 33(1), 129-147.

Sheikh, A. M. (1989). "Stock Splits, Volatility Increases, and Implied Volatilities." *The Journal of Finance*, 44(5), 1361-1372.

Sheikh, A. M. (1991). "Transaction Data Tests of S&P 100 Call Option Pricing." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26(4), 459-475.

Shiratsuka, S. (2001). "Information Content of Implied Probability Distributions: Empirical Studies of Japanese Stock Price Index Options." *Monetary and Economic Studies*, 19(3), 143-170.

Söderlind, P. (2000). "Market Expectations in the UK Before and After the ERM Crisis." *Economica*, 67(265), 1-18.

Stein, J. (1989). "Overreactions in the Options Market." *The Journal of Finance*, 44(4), 1011-1023.

Szakmary, A., Ors, E., Kim, J. K., e Davidson III, W. C. (2003). "The predictive power of implied volatility: Evidence from 35 futures markets." *Journal of Banking & Finance*, 27(11), 2151-2175.

Whaley, R. E. (2000). "The Investor Fear Gauge." *The Journal of Portfolio Management*, 26(3), 12-17.

Windcliff, H., Forsyth, P. A. e Vetzal, K. R. (2006). "Pricing methods and hedging strategies for volatility derivatives." *Journal of Banking & Finance*, 30(2), 409-431.

Zhang, L., Mykland, P. A. e Aït-Sahalia, Y. (2005). "A Tale of Two Time Scales: Determining Integrated Volatility With Noisy High-Frequency Data." *Journal of the American Statistical Association*, 100(472). 1394-1411